Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE PARCOURS A

# ALGEBRE ET ANALYSE

Contrôle continu, le 26 octobre 2005
CORRIGE et BAREME

Ce contrôle est noté sur 6.

**Exercice 1.** Un diagramme de Venn nous apprend tout de suite que c'est faux **(1 pt)**. Pour construire un contre-exemple, il faudrait avoir un élément dans $G \cap F$. donc on peut prendre $E = \emptyset$ et $F = G = \{0\}$. Dans ce cas, $E \setminus F = \emptyset$ et $(E \setminus F) \cup G = \{0\}$. Tandis que $E \cup G = \{0\}$ et $(E \cup G) \setminus F = \emptyset$ **(1 pt)**.

**Exercice 2.** Pour $n = 0$, le premier membre vaut $\Sigma_{k=0}^{0}(3k+1) = 3\times 0+1 = 1$. Le second membre vaut $\frac{1}{2}(3\times 0^2+5\times 0+2) = 1$ également. Donc l'assertion est vraie au rang $n = 0$ **(0,5 pt)**.

Supposons maintenant que l'assertion est vraie au rang $n$, pour un certain $n \in \mathbb{N}$. Montrons-la au rang $n + 1$. On a

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{n+1}(3k+1) &= \sum_{k=0}^{n}(3k+1) + (3(n+1)+1) = \\ &= \frac{1}{2}(3n^2+5n+2) + (3n+4) = \\ &= \frac{1}{2}(3n^2+5n+2) + \frac{1}{2}(6n+8) = \\ &= \frac{1}{2}(3n^2+11n+10) = \\ &= \frac{1}{2}(3(n+1)^2+5(n+1)+2).\end{aligned}$$

Cela montre que l'assertion est vraie au rang $n + 1$ **(1,5 pt)**.

**Exercice 3.** Soit $\alpha = -5 - 12i$. On a $|\alpha|^2 = 5^2 + 12^2 = 169 = 13^2$. D'où $|\alpha| = 13$ **(0,5 pt)**. D'après la formule du cours, les racines carrées de $\alpha$ sont

$$\pm\left(\sqrt{\frac{1}{2}(-5+13)} - i\sqrt{\frac{1}{2}(5+13)}\right) = \pm(2-3i) \quad \textbf{(1,5 pt)}.$$