

Université de Bretagne Occidentale  
UFR Sciences et Techniques  
LICENCE PARCOURS 1  
ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE

Partiel mi-semestre, le 19 octobre 2013, 10h00-11h00

Documents et calculatrices sont interdits.

**Exercice 1.** Le but de cet exercice est de résoudre l'équation cubique

$$z^3 + 3z + 2i = 0$$

dans  $\mathbb{C}$ .

- Déterminer l'unique solution  $w_1$  de l'équation  $w^2 + 2i w - 1 = 0$  dans  $\mathbb{C}$ .
- Déterminer les racines cubiques  $u_1, u_2, u_3$  de  $w_1$  sous forme algébrique, i.e., sous la forme  $x + iy$  avec  $x$  et  $y$  des nombres réels.
- Résoudre l'équation  $z^3 + 3z + 2i = 0$  dans  $\mathbb{C}$  par la méthode de Tartaglia.

**Exercice 2.** Soient  $a, b, c$  les nombres complexes définis par

$$a = 2(\sqrt{3} - 3)e^{\frac{1}{6}i\pi}, \quad b = 4(\sqrt{3} - 1)e^{-\frac{2}{3}i\pi}, \quad c = 4\sqrt{6}e^{\frac{3}{4}i\pi}$$

- Ecrire  $a, b, c$  sous forme algébrique.
- Montrer que les points  $a, b, c$  sont alignés dans le plan complexe  $\mathbb{C}$ .
- Qu'en est-il de  $a^{12}, b^{12}, c^{12}$  ?

**Barème indicatif sur 20 points :**

Exercice 1	12 pts
Exercice 2	8 pts