Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE 1ERE ANNEE IMP ENTREE A
PARCOURS MASS

# ALGEBRE LINEAIRE 1

Contrôle continu, le 28 mars 2007, 15h45–16h15

Corrigé et barème

**Question de cours.** Soient $V$ et $W$ des espaces vectoriels de dimension finie et $f\colon V \to W$ une application linéaire. Alors,

$$\dim(\ker(f)) + \dim(\operatorname{im}(f)) = \dim(V) \quad \textbf{(4 pt)}.$$

**Exercice 1.** On applique la méthode du pivot de Gauss pour déterminer $A^{-1}$ :

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -3 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 2 & 1 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 6 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 2 & 1 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 8 & -3 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 2 & 1 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 8 & -3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Par conséquent, $A$ est inversible et

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 8 & -3 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(6 pt)}.$$