

Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE DE MATHÉMATIQUES
ANALYSE DANS \mathbb{R}^n

Contrôle continu, le 30 avril 2015, 10h15-10h45

Documents et calculatrices sont interdits.

Exercice 1. Définissons une fonction réelle, notée $\|\cdot\|'$, sur \mathbb{R}^3 par

$$\|(x, y, z)\|' = 2|x| + 3 \max\{|y|, |z|\}.$$

- Montrer que $\|\cdot\|'$ est une norme sur \mathbb{R}^3 .
- Quel énoncé permet de dire qu'il existe des nombres réels $m, M > 0$ tels que

$$m\|(x, y, z)\| \leq \|(x, y, z)\|' \leq M\|(x, y, z)\|,$$

pour tout $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, où $\|\cdot\|$ désigne la norme euclidienne sur \mathbb{R}^3 ?

- Déterminer explicitement des nombres réels strictement positifs m et M tels que les deux inégalités ci-dessus sont vérifiées.