Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
L2 DE MATHEMATIQUES

ANALYSE NUMERIQUE ET PORGRAMMATION

Contrôle continu, le 1er mars 2018, 10h15-10h35

CORRIGE

Exercice 1. a. En faisant la division longue en binaire de $8 = 1000_2$ par $7 = 111_2$, on obtient

$$x = \tfrac{8}{7} = 1,001001001001\cdots = 1,\underline{001}$$

en binaire. Alternativement,

$$x = \tfrac{8}{7} = \tfrac{2^3}{2^3-1} = \tfrac{1}{1-2^{-3}} = 1 + 2^{-3} + 2^{-6} + 2^{-9} + \cdots = 1,001001001001\cdots = 1,\underline{001}$$

en binaire.

b. En binaire on a

$$111 \times 1,\underline{001} = 1,\underline{001} + 10,\underline{010} + 100,\underline{100} = 111,\underline{111} = 1000$$

ce qui est binaire pour 8.

c. On arrondit le développement binaire de $x = \frac{8}{7}$ pour obtenir un nombre à 53 bits. Comme il a 1 bit avant la virgule, on arrondit à 52 après la virgule, c-à-d, on tronque

$$1,0010\,0100\,1001\,0010\,0100\,1001\,0010\,0100\,1001\,0010\,0100\,1001\,0010|0100\cdots$$

à l'endroit indiqué par la barre verticale. Le nombre à virgule flottante obtenu est donc

$$\hat{x} = 1,0010\,0100\,1001\,0010\,0100\,1001\,0010\,0100\,1001\,0010\,0100\,1001\,0010 \times 2^0$$

d. Comme $0010_2 = 2$, $0100_2 = 4$ et $1001_2 = 9$, l'écriture hexadécimale de $\hat{x}$ est

$$1,2492492492492 \times 2^0.$$

e. Comme le nombre $\hat{x}$ est positif, le premier bit est 0. Les 11 bits suivants constitue l'écriture binaire de l'entier $0 + 1023 = 1023 = 2^{10} - 1$. Les premiers 12 bits sont donc

$$0011\,1111\,1111.$$

Au total cela donne la suite d'octets

$$3f\,f2\,49\,24\,92\,49\,24\,92.$$

f. Le calcul de $5 * (8/7)$ passe par le calcul de $8/7$ ce qui donne en machine la valeur arrondie de $\hat{x}$. Le calcul exact de $5 * \hat{x}$ donne

$$101_2 \times \hat{x} = 101,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,1010 \times 2^0$$

qui est un cas de litige pour l'arrondi et est arrondi vers le bas, c-à-d, le calcul de $5*(8/7)$ sur machine donne le nombre à virgule flottante

$$101,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,10 \times 2^0$$

Par contre, le développement binaire de $(5*8)/7 = 40/7$ est

$$101,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,10|11\,0110\cdots$$

qui n'est pas un cas litigeux est s'arrondit vers le haut, c-à-d, le calcul de $(5*8)/7$ sur machine donne le nombre à virgule flottante

$$101,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,1011\,0110\,1101\,11 \times 2^0.$$

La différence est égale à 2^{-50}.