Université de Bretagne Occidentale
UFR Sciences et Techniques
LICENCE DE MATHEMATIQUES

ARITHMETIQUE ET APPLICATIONS, COMBINATOIRE ET GRAPHES

Contrôle continu, le 11 février 2015, 9h00–9h30

Documents et calculatrices sont interdits.

Exercice 1. Soit $F = \sum a_n X^n$ la série formelle dans $\mathbb{Q}[[X]]$ définie par

$$F = (1 + X)^{3/2}.$$

a. En utilisant que $F^2 = 1 + 3X + 3X^2 + X^3$, déterminer a_0, a_1, a_2, a_3 et a_4.

b. En utilisant encore que $F^2 = 1 + 3X + 3X^2 + X^3$, montrer que la suite des coefficients (a_n) de F satisfait la relation de récurrence

$$2a_n + 3a_{n-1} + a_2 a_{n-2} + a_3 a_{n-3} + \cdots + a_{n-2} a_2 = 0$$

pour tout $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 4$.

c. Rappeler la formule du binôme pour $(1 + X)^{3/2}$.

d. Pour $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$, montrer que

$$a_n = \frac{3 \times (-1)^{n-2}}{n(n-1)2^{2n-2}} \binom{2n-4}{n-2}.$$