

## ALGEBRE ET APPLICATIONS GEOMETRIQUES

Contrôle continu, le 8 novembre 2002, 12h–12h15

Ce contrôle est noté sur 5 points. Chaque bonne réponse vaut  $\frac{1}{2}$  point, chaque mauvaise réponse vaut  $-\frac{1}{2}$  point. Une non-réponse n'est pas comptabilisée. La note du contrôle est égale à la somme des points obtenus, avec un minimum de 0. Aucune justification de réponse n'est demandée. Répondre directement sur la feuille après chaque question. Aucun document n'est autorisé. N'oubliez pas d'inscrire votre nom et groupe de TD.

Nom:

TD:

Répondez par “vrai” ou par “faux”:

1. Soit  $G$  un groupe et  $x \in G$ . Le sous-groupe  $\langle x \rangle$  de  $G$  est commutatif.
2. Soit  $G$  un groupe et  $x, y \in G$ . Supposons que  $\langle y \rangle = \langle x \rangle$ . On a  $y = x$  où  $y = x^{-1}$ .
3. Soit  $G$  un groupe et  $x \in G$ . Supposons qu'il existe  $m, n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$  tels que  $x^m$  soit d'ordre  $n$ . Alors,  $x$  est d'ordre  $mn$ .
4. Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Le groupe symétrique  $S_n$  est isomorphe à un sous-groupe de  $S_{n!}$ .
5. Le groupe symétrique  $S_{12}$  contient un élément d'ordre 42.
6. Soit  $\sigma \in S_{10}$  la permutation définie par le tableau

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 5 & 1 & 10 & 6 & 3 & 7 & 9 & 2 & 4 & 8 \end{pmatrix}.$$

L'élément  $\sigma$  est d'ordre 12.

7. Soit  $f: G \rightarrow G'$  un morphisme de groupes surjectif et soit  $g: G' \rightarrow G''$  une application dans un groupe  $G''$ . L'application  $g$  est un morphisme lorsque  $g \circ f$  en est un.
8. Soit  $g: G' \rightarrow G''$  un morphisme de groupes injectif et soit  $f: G \rightarrow G'$  une application où  $G$  est un groupe. L'application  $f$  est un morphisme lorsque  $g \circ f$  en est un.
9. Soit  $f, f': G \rightarrow G'$  des morphismes de groupes. Soit  $f'': G \rightarrow G'$  l'application définie par  $f''(x) = f(x)f'(x)$  pour  $x \in G$ . L'application  $f''$  est un morphisme.
10. Soit  $G$  un groupe. Soit  $\star$  la loi externe  $\mathbb{Z} \times G \rightarrow G$  définie par  $n \star x = x^n$  pour  $x \in G$  et  $n \in \mathbb{Z}$ . La loi  $\star$  est une action à gauche du groupe  $\mathbb{Z}$  sur l'ensemble  $G$ .